भारत में गणितीय -खगोल विज्ञान की परंपरा :

मा.सु. श्रीराम

के वि शर्मा रिसऱ्च फौणडेशन , चेन्नई .

1. आर्यभटीय के पूर्ववर्ती

1.1 वेदों का काल और वेदाङ्ग ज्योतिष

खगोलीय अवधारणाओं का उल्लेख वैदिक संहिता और ब्राह्मणों में मिलता है, जो कि 2000 ईसा पूर्व से पहले की अवधि से संबंधित है । आकाश, सूर्य और चंद्रमा, दिन और रात , मौसम और महीनों का वर्णन करने वाले अंश , कई जगहों पर होते हैं। ये न तो 'व्यवस्थित' और न ही 'गणितीय' हैं, खगोल विज्ञान उनकी विशेष उद्देश्य नहीं है। हालांकि, भारतीय खगोल विज्ञान में विशेष रूप से कैलेंडर से संबंधित कई अवधारणाओं का पता लगाया जा सकता है।

वेदों में सभी 27 नक्षत्रों की एक सूची मिलती है। दरअसल, यजुर्वेद के तैत्तिरीय संहिता में, अथर्ववेद भी 28 सितारे हैं। ये कृत्तिका, रोहिणी, मृगशिरा, आर्द्रा, पुनर्वसु, पुष्य, आश्लेषा, मघ, (पूर्व) फाल्गुनी, (उत्तर) फाल्गुनी, हस्त, चित्र, स्वाती, विशाखा, अनुराधा, ज्येष्ठ, पूर्वाषाढ, उत्तराषाढ ,अभिजित् , श्रवण, श्रविष्ठा ,शतभिशक्,(पुर्व) प्रोष्ठपद, (उत्तर) प्रोष्ठपद, रेवति , अश्वयुजस् (अश्विनि) और भरणि । बाद में अभिजीत को (जो क्रान्तिचक्र से दूर है) को छोढ दिया गया है और 27-नक्षत्र प्रणाली अपनाई गई है।

यह महत्वपूर्ण है कि कृत्तिका पहला नक्षत्र है। शतपथ ब्राह्मण में इसका उल्लेख किया गया है कि कृत्तिका उग्ने के समय पूर्व मे हि रहता है वहाँ स्थिर् होता है। इससे निष्कर्ष निकल्ता है कि वह उस समय वसंत विषुव (vernal equinox) में था, जो दर्शाता है कि शतपथ ब्राह्मण की संरचना का तारीख लगभग 2300 ईसा पूर्व होगा।

दिन, चन्द्रमास और वर्ष का कालगणना में महत्वपूर्ण स्थान हैं।

दिन : क्र्मागत सूर्योदयोंका अंतराल
चन्द्रमास : दो अमावास्यों का बीच का अंतराल
वर्ष: क्रान्ति चक्र में सूर्य क परिभ्रमण अवधि

वेदों में सूर्य, चंद्रमा और कुछ हद तक ग्रहों का उल्लेख भी है। इसी तरह, 12 महीने और 6 सत्रों के नामों का उल्लेख किया गया है। वे हैं मधु , माधव (वसन्त) , शुक्र , शुचि (ग्रीष्म) नभस् , नभस्य (वर्ष) , ईश , ऊर्ज (शरद्), सहस् , सहस्य (हेमन्त), तपस् , तपस्य (शिशिर) (यजुर्वेद तैत्तिरीय संहिता)

अधिकमास (Intercalary month) की अवधारणा वैदिक ग्रंथों में पहले से ही मौजूद है। वे 12 मासों के अलावा संसर्प और अंहस्पति नामक दो अतिरिक्त महीनों का उल्लेख करते हैं। ग्रहण के वर्णन भी हैं।

ज्योतिष या खगोल विज्ञान बाद में वेदों के एक अनुबन्ध या सहायक के रूप में विकसित हुआ। यह छः वेदाङ्गों में से एक था। वेदाङ्ग ज्योतिषा ऋग और यजूर वेदों के संस्करण में उपलब्ध है, और ऋषि लगध उनका प्रणेता माना जाता हैं । इसमें, 5 साल के युग के आधारित एक स्पष्ट कैलेंडर का वर्णन किया गया है । क्रान्तिचक्र के 27 बराबर भागों में के विभाजन का स्पष्ट उल्लेख भी है और तिथि की भी वर्णन है जो चंद्र महीने का तीसवां हिस्सा है, या जिस अवधि के दौरान सूर्य और चन्द्रमा के बीच कोणीय अलगाव 12 डिग्री बढ़ जाती है।

5 साल के प्रत्येक युग की शुरुवात में एक ही समय में सूर्य और चंद्रमा एक ही स्थिति में वापस आते हैं। इस प्रकार पाठ में वर्णित किया गया है :

स्वराक्रमेते सोमार्कौ यदा सार्कं सवासवौ।
स्यात्तदादि युगं माघस्तपश्शुक्लोऽयनं ह्युदक्॥

जब सूरज और चंद्रमा राशि चक्र में वासव नक्षत्र के स्थान पर एक साथ आ जाते है, उसी समय चन्द्र मास माघ , सौर मास तपस , माघ का शुक्ल पक्ष और उत्तरायन सब एक साथ शुरु होते हैं

त्रिंशत्यह्नां सषट् षष्टिरब्दः षट् चर्तवोऽयने।

मासा द्वादश सौराः स्युः एतत् पञ्चगुणं युगं॥

सावनेन्दुस्त्रुमासानां षष्टिः सैक द्विसप्तिका।

द्युत्रिंशत् सावनः सार्धः स्त्रुणां स पर्ययः॥

तीन सौ और छा छट दिनों से एक सौर वर्ष बनता है। वर्ष में, छह ऋतु और दो अयन (उत्तरायन और दक्षिणायन) हैं । साल में 12 सौर महीने हैं। पांच साल से एक युग बनाते हैं।

एक युग में क्रमश: 61,62 और 67 (60+1, 60+2 और 60+7) सावन महीने, चंद्र महीने और चंद्रमा के चक्र होते हैं । सावन महीने में 30 दिन होते हैं।इस में आधा दिन जोडने

पर एक सौर मास बनता है। यहां वर्णित संख्या (60) एक युग में सौर महीनों की संख्या है।

इसका मतलब यह है कि

वेदंगज्योतिष युग में 60 सौर महीने, 62 चंद्र महीने, 67 नाक्षत्र महीनों, और 60 * 30 1/2 = 1830 नागरिक दिन होते हैं। अत,

एक नाक्षत्र वर्ष = 1830/5 = 366 दिन

(वास्तविक मान: 365.2563 दिन)

एक चंद्र महीने = 1830/62 = 2 9 .1616 दिन

(वास्तविक मान: 2 9 .5306 दिन)

एक नाक्षत्र महीना = 1830/67 = 27.301 दिन (वास्तविक मान: 27.321 दिन)

चूंकि 5 वर्षों में 60 सौर महीने और 62 चंद्र महीने हैं, इस अवधि में 2 अधिकमास हैं।

इस अवधि एक युग में १२ महीने के तीन चन्द्रवर्ष और १३ महीने के दो चन्द्रवर्ष होंगे। इस प्रकार वेदाङ्गज्योतिष तीथी, नक्षत्र, सूर्य की स्थिति में आकाश की स्थिति आदि खोजने के लिए छोटे कलनविधियाँ देनेवाला पहला ग्रन्थ है। ग्रहों की गति के बारे में इसमे कुछ् भी नहीं है।

वराहमिहिर के पञ्चसिद्धान्तिका :

वेदाङ्गज्योतिष और आर्यभटीय जिसकी रचना ४९९ में हुई इसके बीच लंबा अन्तराल है। परंपरा के अनुसार, आर्यभटीय से पहले 18 सिद्धान्त थे। इनमें से पांच को वराहमिहिर (6 वीं शताब्दी की शुरुआत) के पंचसिद्धांतिका में सारांशित किया गया है । वे पैतामह, वासिष्ठ, रोमक, पौलीश और सौर सिद्धान्त है । यह पांचो का सरोकारः सूर्य और चंद्रमा की गति से जुड़े विभिन्न खगोलीय समस्याओं के साथ उनकी वास्तविक गतियाँ , दैनिक समस्याओं, चंद्र और सौर ग्रहण, साथ ही ताराग्रह, अर्थात् , बुध, शुक्र, मंगल, बृहस्पति और शनि की गति

भी इन सबसे है । पैतमह और रोमाका का संबंध सिर्फ़ सूर्य और चंद्रमा से है। पैतामह सबसे पुराना प्रतीत होता है और यह ग्रहण की भी चर्चा नहीं करता है। वशिष्ठ और पौलीश कुछ हद तक ताराग्रहों की गति और कुछ हद तक हेलियकल उदय और असत की भी चर्चा करते है, लेकिन विस्तार से नहीं।

सूर्य चन्द्र और ताराग्रहों की दो प्रकार के सुधारों के साथ ग्रहचक्र सिद्धान्त (Epicycle theory) सौर सिद्धान्त के सारांश में ही पाया जाता है। यह मानकीकृत प्रक्रिया (Standardised procedure) के साथ आर्यभटीय के ग्रह सिद्धांत और बाद के सभी भारतीय सिद्धांतों का

आवश्यक घटक है। यह इस अर्थ में है कि सूर्य सिद्धांत पांच में सबसे उन्नत है। यह बहुत सटीक है। हालांकि ग्रहों के अक्षांश की प्रक्रिया यहां गलत है। हालांकि यह याद रखना चाहिए कि आर्यभटीय के बाद पंसिचद्धिंतिका बनाई गई थी। असल में, वाराहमिहिर ने अपने काम में आर्यभटीय का नाम बताया। यह असंभव नहीं है कि पंचसिद्धांतिका आर्यभट के काम से प्रभावित थीं।

आर्यभट के आर्यभटीय

आर्यभटीय सबसे पुराना उपलब्ध ग्रन्थ है, जिसमें सभी पारंपरिक खगोलीय समस्याओं का व्यवस्थित वर्णन होता है। इस ग्रन्थ में स्वयं का उल्लेख है कि कलियुगा की शुरुआत के 3600 साल बाद इसे   लिखा गया था। 499 ईस्वी के अनुरूप है। इसके अलावा यह कहा गया है कि आर्यभट ग्रन्थरचना के समय 23 साल था। उन्होंने इस काम को कुसुमपुर में रचना करी जो कि पाटलीपुत्र आधुनिक पटना ही है। आर्यभटीयमें केवल 121 स्लोक हैं और इसमें 4 भाग हैं, अर्थात्:

गीतिकापाद, गणितपाद, कालक्रियपाद और गोलपाद ।

गीतिकापाद में केवल 13 पद हैं और संख्याओं के लिए अक्षर संख्या से शुरुवात होता है। यह कल्प और महायुग की अवधारणाओं को प्रस्तुत करता है और उनके साथ जुड़े ग्रहों और मानकों की भगण देता है।

गणितपाद में गणितीय समस्याओं संबंध रख्रेवाले ३३ श्लोक है। इन समस्यां शामिल चीजें इस प्रकार से हैं जैसे वर्गीकरण ,वर्गमूल, घनीकरण, घनमूल, त्रिकोण के क्षेत्र, ट्रैपेज़ियम के क्षेत्रफल, और सामान्य समतलीय आकृतियाँ, समकोणीय पिरामिड और गोलाकारों की

आयतन, π का मान, ज्यामितीय तरीकों से ज्या का मान निकलना, ज्या की सारणी बनाना, अङ्कगणितीय श्रेणी, प्रथम प्राकृतिक सख्यों का और् उनके वर्गों और् धनों का योग, कुट्टक : रेखीय अनिर्दिष्ट समीकरणों (linear indeterminate equations) को निर्धारित करना , चलती वस्तुओं के सापेक्ष वेग और ब्याज गणना से संबंधित समस्या को हल इत्यादि । इन सब समस्यओं का वर्णन गणितपाद में है ।

कालक्रियपाद के 25 पद में समय, केलंड्रिकल अवधारणाओं और ग्रहचक्र (epicycle) या विकेन्द्रिय वृत्त (eccentric circle) पर

आधारित ग्रहभ्रमण का सिद्धान्त (model of planetary motion), जिससे ग्रहों की स्पष्ट स्थिति का अवगमन होता है ।

गोलपाद के 50 श्लोको में वर्णित चीजें इस प्रकार है। ये सब खगोलीय समस्या से संबन्धित है जैसे कि विभिन्न अक्षांशों में दिखनेवाला भगोल ,सूर्य ,चंद्रमा और् ग्रहों का गति से संबंधित दैनिक समस्यायें (diurnal problems), पृथ्वी की आकार और् स्थिति, ग्रहों के चमक / अंधेरे से जुड़ी विभिन्न समस्यायें लंबन (parallax) , चंद्र ग्रहण, सौर ग्रहण आदि आदि ।

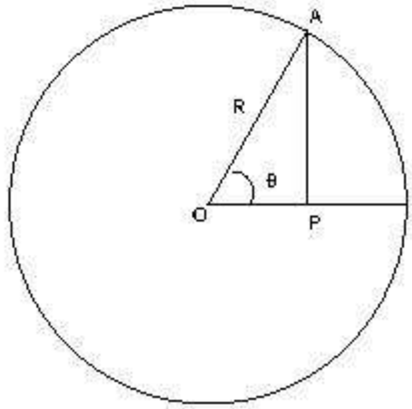
आर्यभट ने **आर्यभट सिद्धांत** नामक एक और ग्रन्थ रचित किया है। इसकी पांडुलिपि नहीं मिली है। हालांकि कई बाद के लेखकों ने इस काम का संदर्भा दिया है । यह एक लोकप्रिय काम था और पूरे भारत में अध्ययन किया गया था। ऐसा लगता है कि इस ग्रन्थ में खगोलीय उपकरणों (astronomical instruments) की चर्चा विस्तार में ही होगी ।

अभी हम आर्यभटीय में दिए गए अत्यधिक निपुण और गूढ कार्यप्रणाली (highly ingenious and cryptic algorithms) में उदाहरण के रूप में ग्रन्थ में वर्णित साइन टेबल का निर्माण करते हैं। हम यह भी वर्णन करते हैं

कि बाद के ग्रंथों में साइन टेबल के सारणी कैसे विकसित हुई।

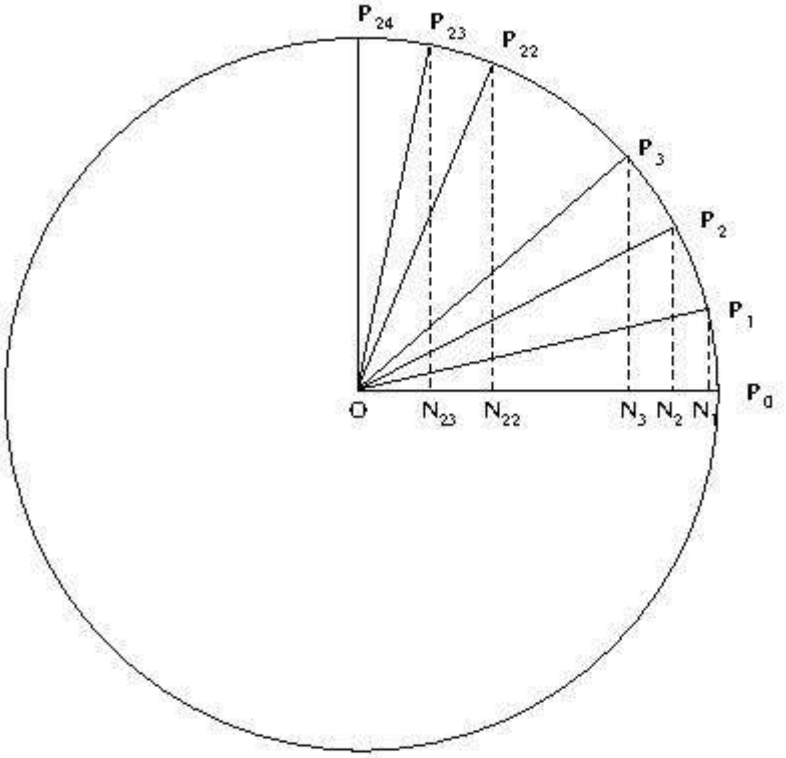
3. साइन के सटीक मूल्यों की गणना

यह स्वाभाविक है कि भारतीय ज्योतिषी कोण के साइन और कोसाइन के सटीक संयोजन के लिए बहुत महत्व दिया हैं, क्योंकि सभी महत्वपूर्ण सूत्रों में सैन और कोसैन फलनों का उपयोग होता है । निम्नलिखित में हम आर्यभटीय में दी गई प्रक्रियाओं और बाद में सुधारों का वर्णन करते हैं, खासकर केरल स्कूल ऑफ गणित खगोल विज्ञान में।



उपरोक्त आकृति में AP (= Rsinϴ) I भारतीय ज्या है, यहा त्रिज्या R को इस तरह से चुना जाता है वृत्त पर एक कला एक इकाई दूरी की सदृश है। इसका (R) मूल्य 3438 के करीब है, जो कि कई ग्रंथों में उल्लिखित मान है।

एक वृत्त का चौथा भाग (quadrant) 24 बराबर अंश में बांटा गया है, ताकि प्रत्येक चाप बिट α = 90°/24 = 3°45′= 225 ' I



फिर 24 ज्य| या जीवा (Rsines) खोजने के लिए प्रक्रिया, i = 1,2, ... 24 स्पष्ट रूप से दिया गया है : Rsin α, Rsin 2α,……,Rsin 24α,

α = 3°45′= 225′ , R = 3438। इंटरमीडिएट कोणों की ज्या (Rsine) इंटरपोलेशन द्वारा निर्धारित की जानी चाहिए।

पाठ आर्यभटीय 24 Rsines खोजने के लिए एक ज्यामितीय विधि पर चर्चा करता है।

यह साइन-टेबल (गणितपाद, श्लोक 12) के निर्माण के लिए एक स्पष्ट एल्गोरिदम भी प्रदान करता है यह बहुत महत्वपूर्ण है

प्रथमाच्चापज्यार्धाद्यैरूनं खण्डितं द्वितीयार्धम्।
तत्प्रथमज्यार्धांशैस्तैस्तैरूनानि शेषाणि॥

पहली Rsine स्वयं से विभाजित होती है और फिर मात्रा से कम हो जाती है, दूसरा Rsine अंतर देता है। पहले Rsine में से प्रत्येक को विभाजित करके प्राप्त किए गए उद्धरणकर्ताओं

द्वारा कम किया गया प पहला Rsine शेष Rsine के अंतर को देता है ।

$R\sin 2\alpha$ - Rsin α = Rsin α –

Rsin α/{Rsin α′} (α=225′)

$R\sin$ (i+1)α - Rsin iα = Rsin α –

[Rsin α + Rsin2 α +…+ Rsin iα] /

(Rsin α′)

दूसरा समीकरण से यह सिद्ध कर सकते है कि

$R\sin$ (i+1)α - Rsin iα = Rsin iα –

Rsin (i-1) α – [(Rsin iα) / (Rsin α)]

साइन के दूसरे मतभेदों का उपयोग करके साइन टेबल बनाने की आर्यभट की विधि

अत्यधिक निपुण है, और उद्देश्य के लिए सबसे अच्छी विधि है।

पहला ज्या , Rsinα = 225

Rsin2α – Rsinα = Rsin α – Rsin α/ (Rsinα)

Rsin 2α = 2 Rsin α - 1 = 449

Rsin 3α – Rsin 2α = Rsin 2α – Rsin α –

Rsin 2α / Rsin α

Rsin 3α = 449 + 224 – (449 / 225)

इत्यादि

तन्त्रसङ्ग्रह में ज्याओं का (Rsine) सटीक रिकर्षन संबंध स्पष्ट रूप वर्णित है

अन्त्योपान्त्यन्तरं द्विघ्नं गुणो व्यासदलं हरः।

आद्यज्यायास्तथापि स्यात्
खण्डज्यान्तरमादितः॥
ताभ्यां तु गुणहाराभ्यां द्वितीयादेरपि क्रमात्।
उत्तरोत्तरखण्डज्याभेदाः पिण्डगुणार्धतः॥

अन्त्य ज्या (Rsin 24 = R) और उपान्त्य ज्या (Rsin 23) के बीच का अंतर गुणा (गुणक) है और त्रिज्या (R) हर (divisor) है। आद्यज्या (Rsin) से [गुणा के साथ गुण करके और हर द्वारा विभाजित], पहले दो खांड ज्या के बीच का अंतर प्राप्त होता है। एक ही गुना और हर के साथ, और दूसरी ज्या, तीसरा ज्या आदि द्वारा गुणा गुणा करके, लगातार खांडज्या के बीच का अंतर प्राप्त होता है

$$R\sin 2\alpha - R\sin \alpha = R\sin \alpha - R\sin \alpha * 2 (1 - \cos \alpha)$$

$$R\sin (i+1)\alpha - R\sin i\alpha = R\sin i\alpha - R\sin (i-1) \alpha$$

$$- R\sin i\alpha * 2 (1 - \cos \alpha)$$

नीलकंठ की आर्यभटीयभाय्या ने इस परिणाम को बड़े पैमाने पर व्युत्पन्न पर चर्चा की । अब, $2 (1-\cos \alpha) = 0.0042822$। जबकि यह आर्यभटीयमें अनुमानित है $1/ 225 = 0.00444$

तांत्रसंग्रा में यह नीलकंठा द्वारा अनुमानित है $1/233\ 1/2 = 0.0042847$।

युक्तिदीपिका (c .1530) में साइन के लिए अत्यधिक सटीक sinΘ मानों का उल्लेख किया गया है। यह π के विस्तार की श्रृंखला पर आधारित है, जिसे हम निम्नलिखित रूप में लिखते हैं:

जहां RΘ मिनटों में चाप है। RΘ= 225 ', 450', 675 'के अनुरूप 24 ज्या को भी कटपयादि नोटेशन में माधव द्वारा स्पष्ट रूप से बताया गया था और उन्हें शुरुआत के साथ छंदों के सेट में शंकर वैरिएर के लघुविवृत्ति में दिया गया है

श्रेष्ठं नाम वरिष्ठानां (224 50 22) = 224 + 50/60 + 22/3600 = R sin 225’

हिमाद्रिर्वेदभावनः (448 42 58)= Rsin(450′)

....

तत्परादिकलान्तास्तु महाज्या माधवोदिताः

तालिका में, हम आर्यभटीय में Rsines के मानें, तन्त्रसङ्ग्रह में मानें ,और लघुविवृत्ति में दिये गये माधव के मानें और आधुनिक मानों को तुलना करते हैं ।

Ab: Aryabhatiya, TS : Tantrasangraha,

Madhava: His value cited in Laghuvivrti

Arc Min	Ab	TS	Madhava	Modern
225	225	224 50	224 50 22	224 50 22
450	449	448 42	448 42 58	448 42 58
675	671	670 39	670 40 16	670 40 16
900	890	889 44	889 45 15	889 45 15
.....	.....	....	....	....
4950	3409	3408 05	3408 20 11	3408 20 11
5175	3431	3430 07	3430 23 11	3430 23 11
5400	3438	3437 27	3437 44 48	3437 44 48

Ex : According to Modern / Madhava : (82.5 deg=4950′)

R * sin (82.5 deg.) = 3408 + 20/(60) + 11/ (3600) ,

where R = 21600 / (2* \pi) taken as 3438 by Aryabhata.

π का मान :

एक वृत्त की परिधि और उसके व्यास का अनुपात को आधुनिक काल में π कहते हैं । यह भारत और अन्य जगहों पर गणित के इतिहास में एक अत्यंत महत्वपूर्ण मात्रा है। केरल में और बाद में पश्चिम में गणित का विकास इस संख्या की प्रकृति को समझने और इसकी सटीक गणना के संदर्भ में गहराई से संबंधित है। एक infinte श्रृंखला। π के मूल्य आर्यभटीय के गणितपाद खंड में निम्नलिखित कविता में वर्णित है

चतुराधिकं शतमष्टगुणं द्वाशष्टिस्तथा सहस्राणां।

अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाः॥

20000 व्यास के एक चक्र की परिधि लगभग 62832 है। उपर्युक्त का अर्थ है कि आर्यभट के अनुसार, π = 62832/20000 = 3.1416. यह महत्वपूर्ण है कि वह कहता है कि मूल्य अनुमानित है।

5. आर्यभटीय में महायुग और ग्रहों की स्थिति की गणना

जैसा कि हमने पहले देखा था, वेदाङ्गज्योतिष के समय केवल पांच वर्ष का युग प्रचलित था। स्मृतियों में, आर्यभटीय से पहले पुरानी सूर्यसिद्धांत में, हमारे पास 43,20,000 वर्षों के महायुग की अवधारणा है। आर्यभटीय में भी 43,20,000 का महायुग है । आर्यभटीय में युगसावनदिन का मान 1577917500 है।

तालिका एक महायुग में ग्रह क्रांति और आर्यभटीय में अनुमानित नाक्षत्र अवधि।

इससे, किसी भी समय मध्यमग्रह कि गणना कर सकते है।

युगसावनदिन = 1577917500

ग्रह	ग्रह क्रांति	नाक्षत्र अवधि	नाक्षत्र अवधि (आधुनिक)
सूर्य	43,20,000	365.25638	365.25636
चंद्र	5,77,53336	27.32167	27.32166
चंद्र-Uc	4,88,219	3231.9871	3232.37543
चंद्र-pA	2,32,226	6794.7495	6793.39108
बुध	1,79,37,020	87.96988	87.96930
शुक्र	70,22,388	224.69814	224.70080
मंगल	22,96,824	686.99974	686.97970
बृहस्पति	3,64,224	4332.27217	4332.58870
शनि	1,46,564	10766.0646	10759.2010

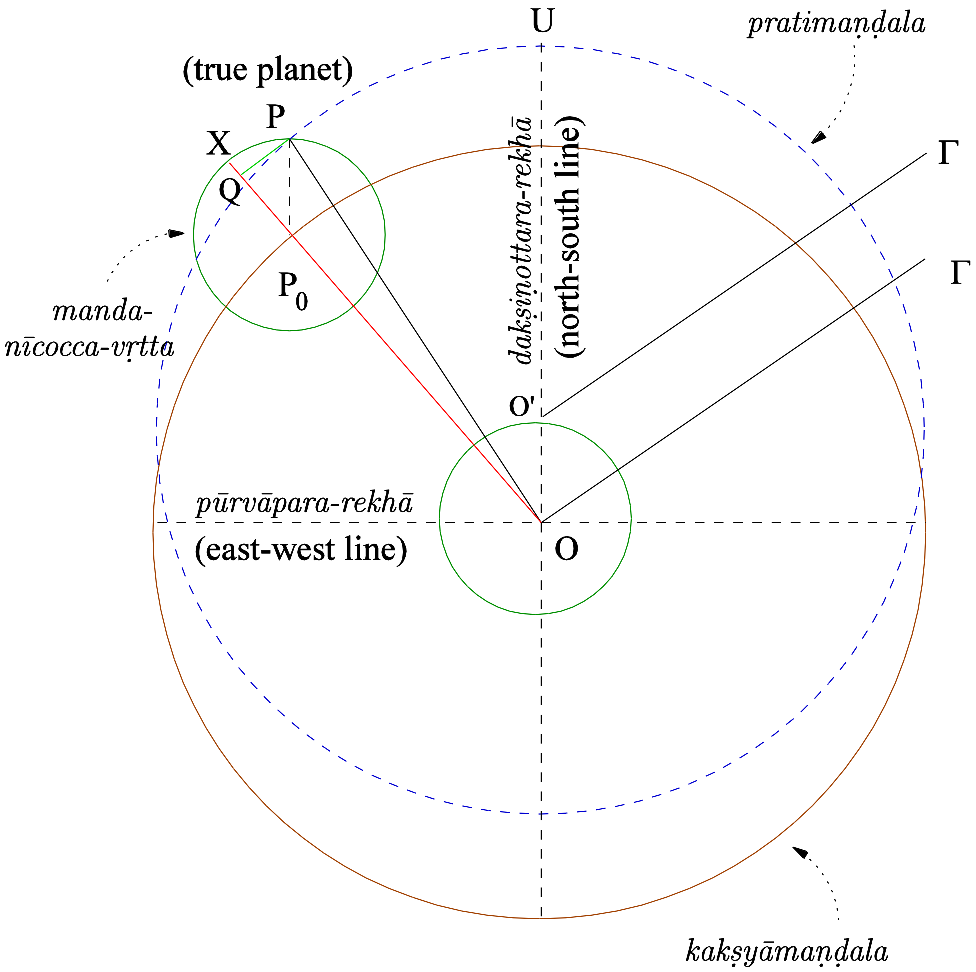
आम तौर पर, यह माना जाता है कि कलियुग की शुरुआत में औसत लंबाई (mean longitude) शून्य होती है। आर्यभटीय में, इसे 18 फरवरी के उज्जैन में औसत सूर्योदय माना जाता है, 3102 ईसा पूर्व ।

दो सुधार

अब, सितारों की पृष्ठभूमि में सूर्य, चंद्रमा और ग्रहों की स्पष्ट गति एक समान नहीं है। 'सत्य' (True) भूगर्भीय (Geocentric) रेखांश (Longitude) प्राप्त करने के लिए दो सुधार की आवश्यकता है। य़े हैं :

मन्दसंस्कार्: यह ग्रह की कक्षा की विलक्षणता के कारण गति की गैर-समानता के कारण है।

सूर्य और चंद्रमा के लिए यह एकमात्र सुधार है (चंद्रमा के लिए, बाद के ग्रंथों में निर्दिष्ट कुछ अन्य मामूली सुधार हैं)।

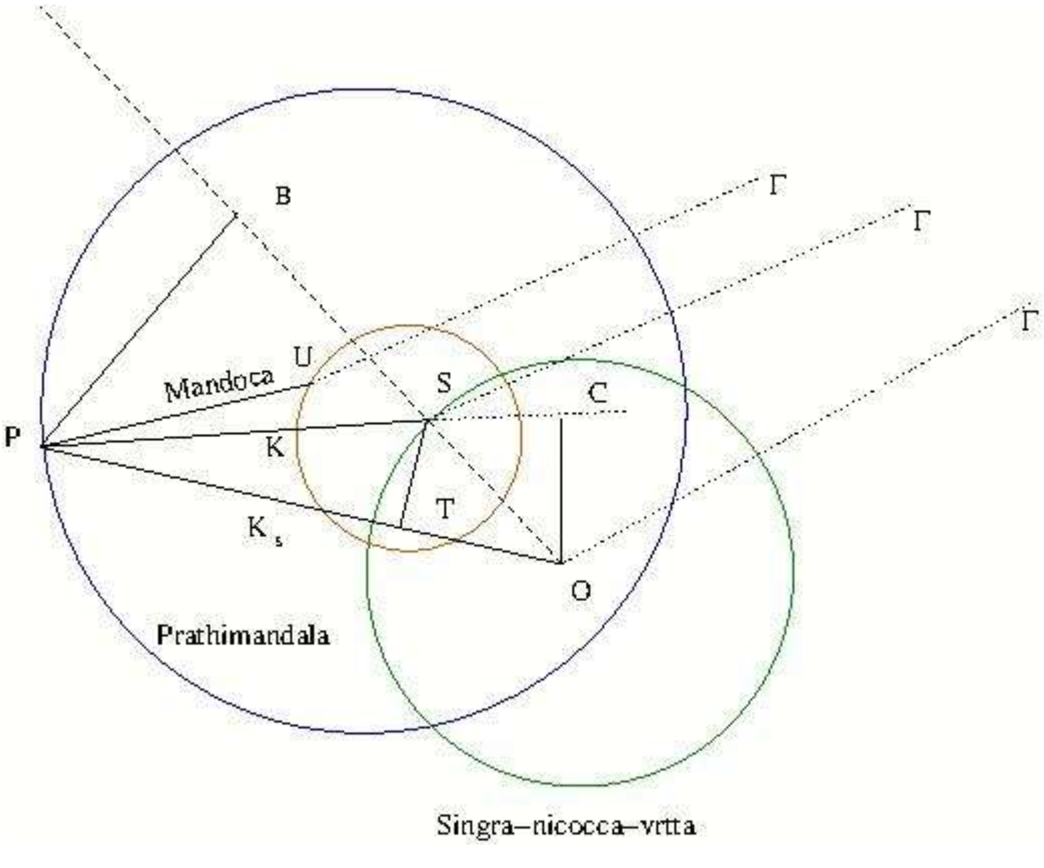


भारत में ताराग्रहो नामक वास्तविक ग्रहों के मामले में (परंपरागत रूप से, केवल बुध, शुक्र, मंगल, बृहस्पति और शनि), हम मन्दसंस्कार् के बाद सच्चे सूर्य केंद्रीय रेखांश प्राप्त करते हैं।

शीघ्रसंस्कार्

यह ताराग्रहों के सूर्यकेन्द्रीय स्तिथि को भूकेन्द्रीय स्तिथि परिवर्तित करता है । यह आर्यभटीय में है कि उपरोक्त दो सुधारों पर भारतीय परंपरा में पहली बार स्पष्ट रूप से चर्चा की गई है। आर्यभट द्वारा वर्णित यह ग्रह मॉडल 'मोटे तौर पर' Eccentric कक्षाओं में सूर्य के चारों ओर ग्रहण करने वाले ग्रहों की

मात्रा है, जो सूरज स्वयं पृथ्वी के चारों ओर घूमते हैं।



लेकिन आर्यभट यह नहीं बताता है। हम बाद में कुछ और विस्तार से भारतीय खगोल विज्ञान

में ग्रहों के मॉडल पर चर्चा करते हैं। महत्वपूर्ण रूप से ग्रहों के रेखांश की तस्वीर आर्यभटीय में व्यापक रूप से सही है।

पृथ्वी के पूर्ववर्ती क्रांति

एक युग में, सूर्य के पूर्ववर्ती क्रांति 43,20,000 हैं; चंद्रमा का, 5,77,53,336; पृथ्वी के 1,58,22,37,500, ...

पृथ्वी के घूर्णन की नाक्षत्र अवधि (sidereal period of rotation) 23 घंटे 56 मिनट, 4.1 सेकंड, आधुनिक मूल्य 23 घंटे, 56 मिनट, 4.091 सेकेंड की तुलना में होगी। यह किसी अन्य स्थान पर उल्लिखित है कि पृथ्वी एक

प्राण में एक मिनट के चाप घूमती है (4 नाक्षत्र सेकेंड)।

सभी खगोलीय वस्तुओं का उदय पूर्व में और अस्त पश्चिम में कैसे होता है? गति की सापेक्षता की आधुनिक अवधारणा आर्यभट द्वारा बहुत अच्छी तरह से समझी जाती है और इस तरह वह यह कहता है:

अनुलोमगतिर्नौस्थः पश्यत्यचलं विलोमगं यद्वत्।

अचलानि भानि तद्वत् समपस्चिमगानि लङ्याम्॥

जैसे ही नाव में एक आदमी आगे बढ़ता है, वहीं स्थिर वस्तुओं को पीछे की ओर बढ़ते हुए

देखता है, वैसे हि लोग स्थिर सितारों को पश्चिम दिशा कि ओर बढ्ना देखते हैं ।

।

भारतीय खगोल विज्ञान और उनकी सामग्री के प्रमुख ग्रंथ

हम कुछ प्रमुख भारतीय खगोलविदों और उनके सबसे महत्वपूर्ण कार्यों को नीचे सूचीबद्ध करते हैं। संगीतकार के वर्ष-वर्ष या रचना के वर्ष कई मामलों में अनुमानित हैं।

आर्यभट (476)- आर्यभटीय (499)

वराहमिहिर - पङ्चसिद्धान्तिका (525)

भास्कर I – महाभास्करीय, लघुभास्करीय, आर्यभटीयभाष्य (around 640)

ब्रह्मगुप्त – ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त, खण्डखाद्यक(650)

वटेश्वर - वटेश्वरसिद्धान्त (880)

मन्जुलाचार्य – लघुमानस (930)

भास्कराचर्य II (1114) -सिद्धान्तशिरोमणि, वासनाभाष्य ,करणकुतूहल (1150)

माधव – वेण्वारोह, स्फुटचन्द्राप्ति (1370)

परमेश्वर – सूर्यसिद्धान्तविवरण, भटदीपिका लघुमानसव्याख्या, दृग्गणित (1420)

नीलकण्ठसोमयाजि (1465) – तन्त्रसङ्ग्रह (1500), आर्यभटियभाष्य, ज्योतिर्मिमाम्स ,गोलसार, सिद्धान्तदर्पन ,

ज्येष्ठदेव - गणित-युक्तिभाषा (1530)

पुतुमन सोमयाजि- करणपद्धति (1580)

गणेशदैवज्ञ (1507) - ग्रहलाघव

कमलाकर (1616) - सिद्धान्ततत्त्वविवेक

चन्द्रशेखर सामन्त (1835) – सिद्धान्तदर्पण

सूर्यसिद्धांत एक महत्वपूर्ण ग्रन्थ है जो ऊपर शामिल नहीं है, क्योंकि इसके लेखक को ज्ञात नहीं है। ऐसा प्रतीत होता है कि इसके कई संस्करण हैं। वराहमिहिर के पंचसिद्धांतिका में एक प्राचीन संस्करण का सारांश दिया गया है। एक आधुनिक संस्करण जो अब भी बहुत लोकप्रिय है, शायद 10 वीं / 11 वीं शताब्दी ईस्वी में बनाया गया था ।

माधव, परमेश्वर, नीलकंठ सोमयाजि, ज्येष्ठदेव और पु तुमन सोमयाजि केरल से संबन्धित थे। ये 'केरल स्कूल ऑफ खगोल विज्ञान और गणित' के सबसे महत्वपूर्ण व्यक्ति हैं, जिन्होंने 14 वीं से 17 वीं सदी के दौरान गणित और खगोल विज्ञान में बहुत आयात योगदान दिया। गणित में, उन्होंने त्रिकोणमितीय कार्यों और पहली बार π के लिए अनंत श्रृंखला दी। न्यूटन और लेबिनिट्ज के बहुत पहले (3 centuries) तो यहां calculus विकसित किया गया था। साइन समारोह के लिए infinite श्रृंखला धारा 5 में छुआ था। खगोल विज्ञान में, निलाकंठा

सोमायाजी ने ग्रहों के मॉडल में महत्वपूर्ण नवाचार किए।

सिद्धंत ग्रंथों में क्या होता है? निम्नलिखित में, हम एक विशिष्ट भारतीय पाठ में निहित अध्यायों की सूची देते हैं। संस्कृत में, अध्याय के लिए शब्द अधिकार या अध्याय है।

मध्यमाधिकार: यह अहराना को खोजने की प्रक्रिया देता है, जो किसी दिए गए युग से दिनों की गिनती है। महायुग में प्रत्येक ग्रह की क्रांति संख्या भी दी जाएगी। इस से, किसी भी क्षण ग्रह या मध्यमग्रह का औसत देशांतर गणना की जा सकती है।

स्पष्टाधिकार: स्पष्टा मतलब है स्पष्ट या सही है। इस अध्याय में, वास्तविक देशांतर से वास्तविक देशांतर या स्फुता प्राप्त करने की प्रक्रिया विस्तृत किया जाएगा इसमें दो सुधार, आमतौर पर, मन्दसंस्कार और शीघ्रसंस्कार शामिल होंगे। इनमें से महत्व धारा 7 में चर्चा की गई है।

त्रिप्रश्नाधिकार : यहां तीन 'प्रश्न' त्रिप्रश्न हैं: दिशा (दिक्), स्थान(देश) और समय (काल)। यहां विभिन्न दैनिक समस्याओं पर चर्चा की जाएगी। इनमें शामिल हैं, उत्तर-दक्षिण दिशाओं, एक स्थान का अक्षांश, सूर्य का दैनिक मार्ग, इसकी

गिरावट, सूर्योदय / सूर्यास्त के समय, समय का माप (छाया से), विभिन्न दिव्य निर्देशांकों के बीच संबंध, गणना लैगना (ग्रहण पर बिंदु जो क्षितिज पर है) किसी भी समय, इत्यादि।

चन्द्रग्रहनाधिकार तथा सूर्यग्रहनाधिकार:

चंद्र और सौर ग्रहण के साथ ये सौदा। इनमें समय, ग्रहण की अवधि, कुलता की अवधि, ग्रहण की परिमाण इत्यादि शामिल हैं। ये सभी सूर्य और चंद्रमा से जुड़े मानकों पर बहुत संवेदनशीलता पर निर्भर करते हैं। भारतीय खगोलविदों ने समय-समय पर ग्रहणों को देखने के बाद इन्हें संशोधित किया।

अन्य अध्याय: अध्यायों (हेलीकल उभरते और सेटिंग) और चंद्रमा के कुप्स की दृश्यता पर अध्यायों या अध्यायों के कुछ भाग होंगे। कई कार्यों में समय मापने के लिए उपकरणों पर अलग-अलग अध्याय होंगे, दिव्य विश्व का चित्रण इत्यादि। पाठ में इस्तेमाल किए गए गणित पर विशेष रूप से गोलाकार त्रिकोणमिति का प्रदर्शन होगा। चेहरे की बात के रूप में, गोलाध्याय गोलाकार त्रिकोणमिति समस्याओं पर होगा पाठ का एक बड़ा अलग हिस्सा बनें।

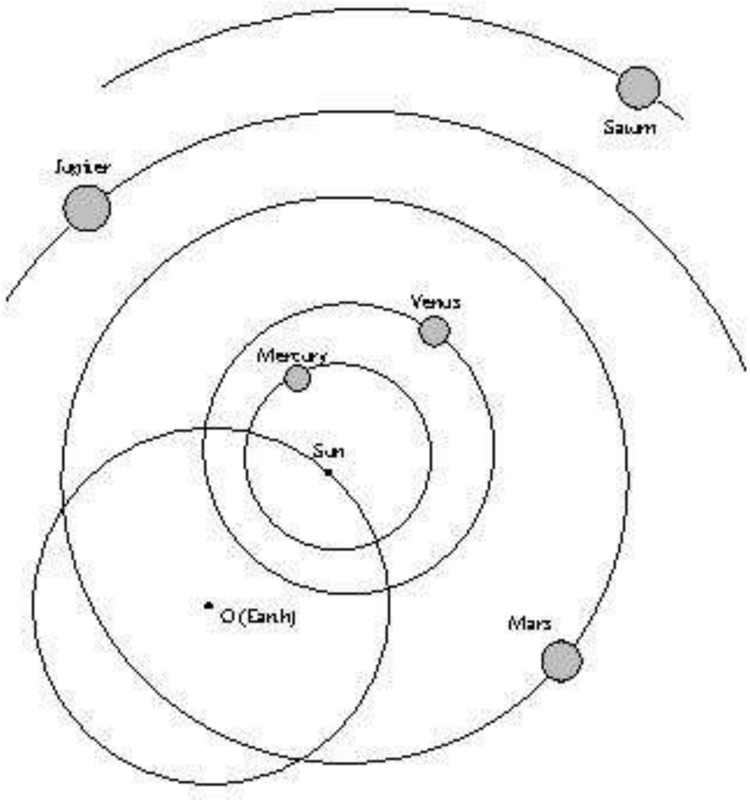
भारतीय खगोल विज्ञान और ग्रंथों की टिप्पणियों की एल्गोरिदमिक प्रकृति।

भारतीय खगोल विज्ञान मुख्य रूप से एल्गोरिदमिक है। विभिन्न संगणना के लिए कलन विधि दिए जाते हैं। यहां तक कि एक व्यक्ति गणित के साथ बहुत ही संवेदनशील नहीं है, ग्रहों या लैगना या ग्रहण की स्थिति की गणना करने के लिए सिद्धांतों का उपयोग कर सकता है। संभवतः यह कैलेंडर बनाने और अन्य गणनाओं का अभ्यास भारत के सभी हिस्सों में इतना लोकप्रिय होगा। मुख्य पाठ में सभी स्पष्टीकरण नहीं होंगे। असली विशेषज्ञता हासिल करने के लिए, यह पर्याप्त नहीं है। किसी को गणना भी समझनी चाहिए! गुरु निश्चित रूप से छात्रों को स्पष्टीकरण की

पेशकश करेंगे। सौभाग्य से, उनमें से कुछ ने उन कार्यों पर टिप्पणियों में स्पष्टीकरण लिखे हैं जो वे उपयोग कर रहे थे। उदाहरण के लिए, आर्यभटीय में केवल 121 छंद हैं और यह बहुत ही गुप्त है। यह बहुत अच्छा है एक मैनुअल, लेकिन इसमें कोई स्पष्टीकरण नहीं है। भास्कर -1 पहली बार सातवीं शताब्दी में भषा या एक टिप्पणी लिखने वाले पहले व्यक्ति थे [13]। इस पाठ पर कई और टिप्पणियां हैं जिनमें श्रीदेव यजवान [14], यलय, परमेस्वर [15], निलकंठ सोमायाजी [9]],आदि। इसी प्रकार पृदुक स्वामी ने ब्रह्मस्फुतसिद्धान्त [16] पर एक टिप्पणी लिखी है, भास्कर 2 ने अपने जीता

सिद्धंतसिरोमानी पर एक वासनाभाष्य लिखा है [17] शंकर वेरिएर के लघुविवृत्ति और युक्तिदीपिका नीलकंठ के तन्त्रसङ्ग्रह [6,7,8] पर टिप्पणियां हैं, और इसी तरह। ज्येष्ठदेव की गणित युक्तिभाषा एक अनोखा काम है जो विशेष रूप से भारतीय गणित और खगोल विज्ञान में परिणामों और प्रक्रियाओं के सबूत और प्रदर्शन के लिए समर्पित है । यह खगोल विज्ञान भाग तन्त्रसङ्ग्रह की सभी प्रक्रियाओं को बताता है।

नीलकण्ठ के मत के अनुसार सभी ग्रहों ने सूर्य को परिक्रम करते हैं और सूर्य पृथ्वी को परिक्रम करता है |


Saturn
Jupiter
Venus
Mercury
Sun
O (Earth)
Mars